

Calculul puterii necesare acționării morilor tubulare cu bile

GHEORGHE ENE*, IULIANA - MARLENA PRODEA

Universitatea Politehnică București, Splaiul Independenței 313, 060032, București, România

This paper presents the determining of the necessary driving power for tube ball mills, regarding frequently used working conditions: by rolling balls and by falling down balls, on parabolic trajectory. To make easier the calculation of driving power, the established correlations where used in Blanc formula.

Keywords: mills, grinding mills, driving power, to grind

Morile tubulare cu bile, datorită dimensiunilor și masei mari ale tamburului, necesită grupuri de acționare de puteri mari astfel încât să asigure atât pornirea morii cât și funcționarea în regimuri (cascadă, cataractă) pentru care au fost proiectate.

Pentru reducerea consumurilor energetice este necesară, în cazul acestor puteri mari, determinarea cu suficientă precizie a valorilor acestora.

Părerile diferite în ceea ce privește metodologia de evaluare a necesarului de putere pentru acționarea morilor cu bile au condus la apariția, în literatura tehnică de specialitate, a diferite relații de calcul pentru determinarea acestuia. În diferite cărți și manuale universitare de specialitate [13-16] sunt preluate, prelucrate și analizate metode de determinare a puterii de acționare din literatura tehnică din limba rusă [10-12]. În lucrările [17-19] sunt trecute în revistă o serie de relații teoretice și empirice utilizate pentru evaluarea necesarului de putere la acționarea morilor cu bile.

Unele firme cunoscute pentru proiectarea, realizarea și comercializarea morilor tubulare cu bile au propriile lor metode pentru determinarea puterii de acționare a acestora [7, 9].

În lucrarea de față, pe baza unor considerente teoretice, s-au stabilit relații pentru determinarea puterii de acționare a morilor cu bile în cazul regimurilor de funcționare în cascadă și în cataractă. În ambele situații relațiile stabilite au fost puse sub forma unică, simplă, a relației lui Blanc, determinându-se și curbele de variație ale mărimii C^* pentru diferite valori ale parametrilor (φ și Ψ) care caracterizează regimul de funcționare al morii.

În urma studiului realizat am demonstrat că formula lui Blanc, prezentată în literatura de specialitate ca fiind empirică, nu este empirică ci poate fi dedusă pe cale teoretică.

Exemplul de calcul realizat arată că valorile de puteri determinate cu relațiile de calcul stabilite concordă cu cele de catalog ale morilor similare existente.

Comportarea corpurilor la măcinare în tamburul morii este definită de două mărimi: gradul de umplere al tamburului cu corpuri de măcinare și turația tamburului. În funcție de valorile acestor două mărimi se deosebesc două regimuri de funcționare a morilor cu bile: regimul de funcționare în cascadă (la turații reduse) și regimul de funcționare în cataractă (sau cu căderea bilelor) (la turații ridicate, fig. 1).

La regimul de funcționare în cascadă bilele circulă în interiorul segmentului încărcăturii (ele sunt ridicate în tambur, după traiectorii concentrice, până la o anumită

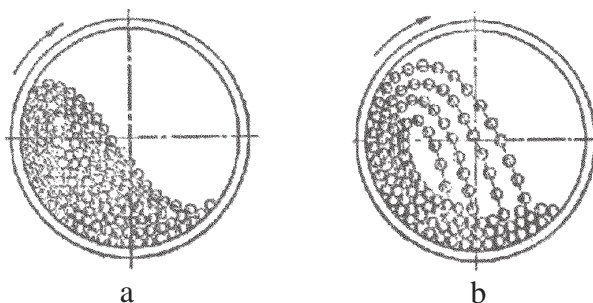


Fig. 1. Regimuri de funcționare a morilor cu bile.

a - regim de funcționare în cascadă; b - regim de funcționare în cataractă

înălțime, după care se rostogolesc în partea inferioară a tamburului în straturi paralele (fig. 1 a)).

La regimul de funcționare în cataractă (cu căderea bilelor), bilele sunt antrenate în tambur după traiectorii circulare concentrice, până la o anumită înălțime, de unde cad, după traiectorii parabolice, în partea inferioară a tamburului (fig. 1 b)).

Puterea necesară acționării tamburului la funcționarea în regim de cascadă

Puterea utilă, adică puterea necesară morii pentru a aduce încărcătura de măcinare în stare de lucru, reprezintă aproximativ 95% din puterea furnizată de către motorul electric de acționare, restul de 5% constituind pierderi în motorul electric și pierderi prin frecare în lagăre și în lanțul cinematic de transmitere a mișcării (sistemul de acționare).

În cazul regimului de funcționare în cascadă, încărcătura are un aspect compact fiind dispusă ca și în cazul când tamburul nu se rotește, sub forma unui segment de cerc definit de unghiul la centru 2δ , însă centrul de greutate al acestuia este rotit cu un unghi α , în sensul rotirii tamburului (fig. 2). Valoarea unghiului α este influențată de gradul de umplere, de turația tamburului și, îndeosebi, de coeficientul de aderență dintre încărcătură și suprafața interioară a tamburului (blindaj). În timpul regimului staționar de funcționare (turație constantă) mărimea unghiului α rămâne constantă, iar centrul de greutate C rămâne tot timpul în aceeași poziție.

Conform acestei scheme de calcul (fig. 2) puterea utilă necesară morii este [1]:

$$N = G \cdot r \cdot \omega = G \cdot R_0 \cdot \omega \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

unde G este greutatea încărcăturii de măcinare, R_0 este raza care definește poziția centrului de greutate iar ω este viteza unghiulară de rotație a tamburului.

* Tel.: 0722675851

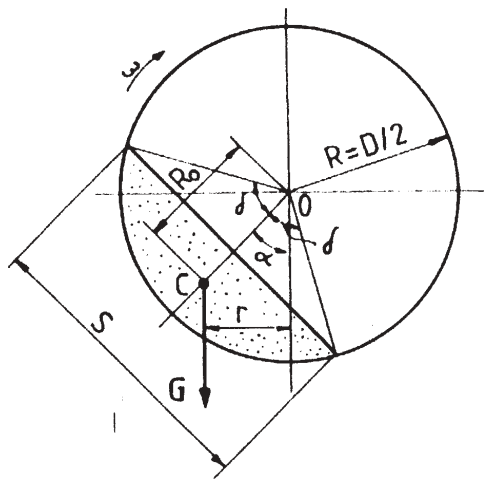


Fig. 2 Schemă pentru determinarea puterii de acționare

Mărimea R_0 (fig. 2) este definită de relația [1,2]:

$$R_0 = \frac{s^3}{12 \cdot A_i} = \frac{(D \cdot \sin \delta)^3}{12 \cdot \varphi \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{D \cdot \sin^3 \delta}{3 \cdot \pi \cdot \varphi} \quad (2)$$

unde φ este gradul de umplere al tamburului cu încărcătura de măcinare.

Legătura dintre unghiul la centru δ și gradul de umplere φ este dată de relația [1,2]:

$$\varphi = \frac{2\delta - \sin 2\delta}{2 \cdot \pi} \quad (3)$$

Relația (3) este exprimată numeric prin valorile din tabelul 1 [2].

Viteza unghiulară a tamburului este:

$$\omega = \frac{\pi}{30} \cdot n = \frac{\pi}{30} \cdot \Psi \cdot n_{cr} = \frac{\pi}{30} \cdot \Psi \cdot \frac{30 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{D}} = \pi \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\Psi}{\sqrt{D}} \quad (4)$$

unde:

$\Psi = n/n_{cr}$ (n este turația de lucru a tamburului, n_{cr} - turația critică a acestuia).

Greutatea corpurilor de măcinare se determină cu relația:

$$G = A_i \cdot L \cdot \rho_i \cdot g \quad (5)$$

unde:

$A_i = \pi \cdot D^2 / 4$, L este lungimea tamburului,

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ - accelerația gravitației;

ρ_i - densitatea în vrac a corpurilor de măcinare.

Densitatea în vrac pentru diferite corpuri de măcinare (din oțel) este dată în tabelul 2 [1].

Pinând seama de relațiile (2), (4) și (5), expresia (1) capătă forma:

$$N = C \cdot G \cdot \sqrt{D} \quad (6)$$

unde,

$$C = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\Psi}{\varphi} \cdot \sin^3 \delta \cdot \sin \alpha \quad (7)$$

În relația (6), G se exprimă în N și D în m .

Deoarece în mod uzual, în exploatarea morilor cu bile, G se exprimă în tone, relația (6) devine [3]:

$$N = C^* \cdot G \cdot \sqrt{D} \quad \text{kW} \quad (8)$$

unde,

$$C^* = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\Psi}{\varphi} \cdot \sin^3 \delta \cdot \sin \alpha \quad (9)$$

Relațiile (6) și (8), arată că pentru o moară cu diametru și turație date, puterea utilă depinde numai de gradul de umplere (prin mărimile φ și $\sin^3 \delta$). La o turație constantă Ψ a tamburului, mărimea unghiului α poate fi considerată (cu suficientă precizie pentru practică) constantă. În acest caz, puterea utilă și deci lucrul mecanic de mărunțire, cresc cu gradul de umplere și ating maximum atunci când $\sin^3 \delta$ atinge valoarea maximă, adică pentru $\varphi = 0,50$. Încărcarea morii cu corpurile de măcinare peste această valoare devine deci nerațională.

Este foarte comod să se utilizeze relația (8), dacă se cunosc valorile mărimii C^* definită prin expresia (9). În relația (9) intervine însă unghiul α a cărui mărime depinde în mod esențial de turația tamburului și de coeficientul de aderență f dintre încărcătură și blindaj.

Determinarea unghiului de ridicare α

S-a constatat, în urma unor observații practice că ridicarea încărcăturii în tambur nu se produce prin ridicarea individuală a fiecărei bile ci prin antrenarea încărcăturii în toată masa ei. De altfel dacă într-un tambur cu blindaje netede, care se rotește, se află o singură bilă, aceasta rămâne tot timpul în partea inferioară a tamburului, realizând mici oscilații în jurul poziției medii de echilibru.

Considerând încărcătura de bile ca un punct material care nu se rostogolește, aflat pe blindajul neted al tamburului care se rotește, rezultă schema de calcul din figura 3.

Unghiul la centru α care definește ridicarea încărcăturii se va determina din condiția de echilibru (încărcătura va

Tabelul 1

VALORILE MĂRIMII $\sin^3 \delta$ ÎN FUNCȚIE DE GRADUL DE UMLERE φ

φ	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$2 \cdot \delta$	132°20'	142°40'	152°30'	162°00'	171°00'	180°00'
$\sin^3 \delta$	0,765	0,850	0,916	0,963	0,991	1,000

Tabelul 2

DENSITATEA ÎN VRAC PENTRU DIFERITE CORPURI DE MĂCINARE (DIN OȚEL)

Corpuri de măcinare	Densitatea în vrac, ρ_i kg/m ³	
Bile, Φ mm	100	4300
	80	4400
	70	4500
	60	4550
	50	4600
	40	4700
	30	4800
Cylpebsuri, $\Phi \times l$ mm \times mm	32 \times 32	5150
	28 \times 28	5200
	24 \times 24	5250
	20 \times 20	5300

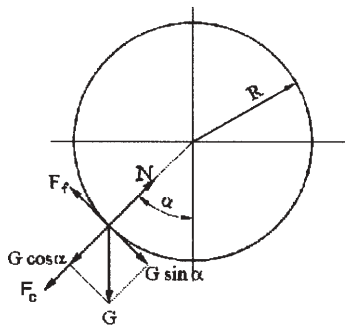


Fig. 3. Schemă pentru determinarea unghiului de ridicare

fi antrenată de către tambur atâta timp cât forța de aderență F_f depășește ca mărime componenta tangențială a greutatei).

$$F_f = f \cdot N = G \cdot \sin \alpha \quad (10)$$

în care, f reprezintă coeficientul de frecare (aderență) dintre încărcătură și blindaj.

Deoarece reacțiunea normală N are expresia

$$N = F_c + G \cdot \cos \alpha \quad (11)$$

expresia (11) devine

$$f \cdot (F_c + G \cdot \cos \alpha) = G \cdot \sin \alpha \quad (12)$$

unde: forța centrifugă F_c care acționează asupra încărcăturii este:

$$F_c = \frac{G}{g} \cdot R \cdot \omega^2 \quad (13)$$

Deoarece viteza unghiulară a tamburului, exprimată în funcție de turația critică a acestuia,

are forma:

$$\omega = \pi \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\Psi}{\sqrt{D}} \quad (14)$$

și ținând seama că $R = D / 2$ și $\pi^2 \approx g$ ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$ - accelerația gravitației), relația (13) poate fi pusă sub forma:

$$F_c = G \cdot \Psi^2 \quad (15)$$

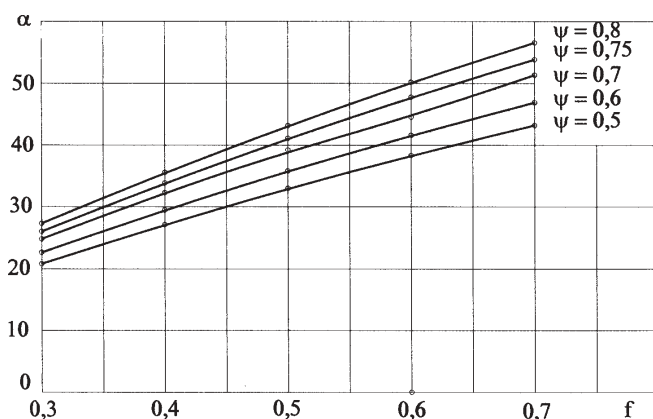


Fig. 4. Curbele de variație $\alpha = f(f, \Psi)$ [4]

Ținând seama de expresia (15), ecuația (12) devine:

$$\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha - f \cdot \Psi^2 = 0 \quad (16)$$

care prin rezolvare conduce la soluția (cu sens fizic):

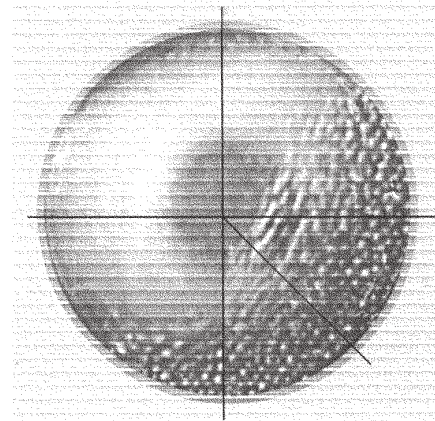


Fig. 5. Imaginea încărcăturii tamburului realizată prin fotografiere rapidă (firma F. L. Smidth -Danemarca) [7]

$$\alpha = 2 \cdot \arctg \left[\frac{-1 + \sqrt{1 + f^2 \cdot (1 - \Psi^4)}}{f \cdot (1 - \Psi^2)} \right] \quad (17)$$

Relația (17) determină valorile unghiului de ridicare α în funcție de coeficientul de aderență dintre încărcătură și blindaj și de turația relativă a tamburului $\Psi = n / n_{cr}$.

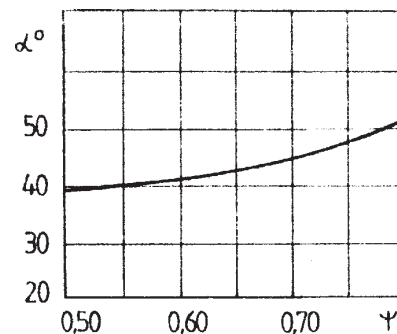


Fig. 6. Curba de variație $\alpha = f(\Psi)$, pentru $f=0,6$ [4]

Pe baza relației (17) s-au trasat curbele prezentate în figura 4 [1,2].

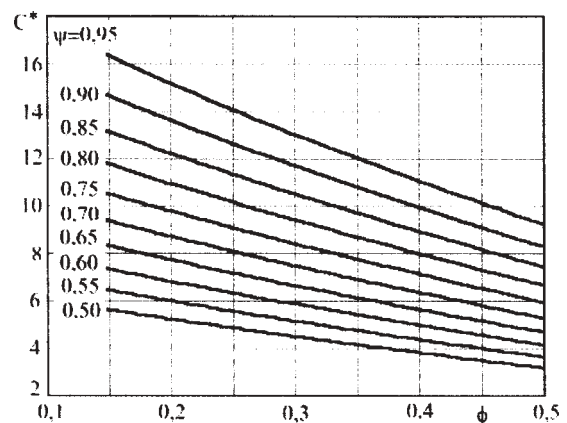


Fig. 7. Curbele de variație $C^* = f(\phi, \Psi)$ stabilite pe baza valorilor date de relația (17)

Evaluarea mărimii coeficientul de aderență

Determinarea experimentală, în mod direct, a valorii coeficientului de aderență dintre încărcătură și blindaj este dificilă și, până în prezent, nu se cunoaște o asemenea modalitate de determinare. Coeficientul de aderență se evaluează mai simplu în mod indirect. Astfel, dacă se cunoaște mărimea unghiului α și valoarea turației

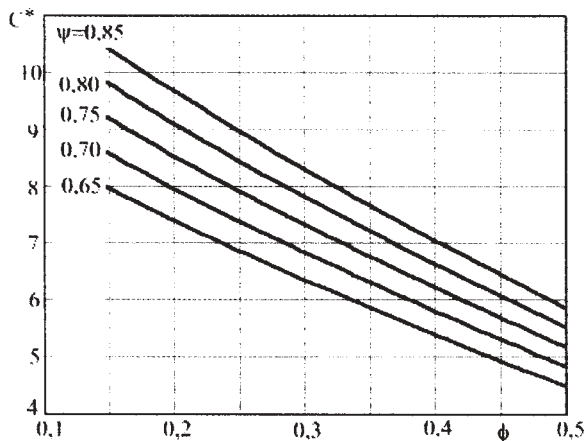


Fig. 8. Curbele de variație $C^* = f(\phi, \Psi)$, stabilite pe baza valorii $\sin \alpha = 0,73$

tamburului (mărimia Ψ), utilizând curbele din figura 4, stabilite pe baza relației (17), se poate determina valoarea coeficientului de aderență f .

Firma F.L. Smidth a realizat prin fotografiere rapidă,

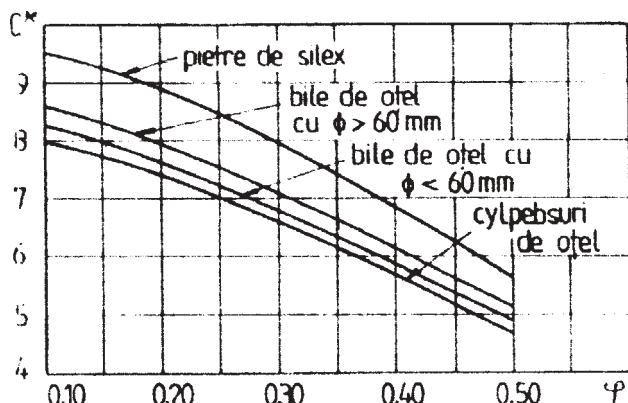


Fig. 9. Curbele de variație $C^* = f(\phi)$, stabilite utilizând valorile C^* existente în literatură (Blanc)

printr-un capac frontal transparent imagini ale încărcăturii de măcinare într-un tambur cu blindaj neted pentru $\psi = 0,7$ (fig. 5). Pe imagine s-a măsurat unghiul $\alpha \approx 45^\circ$. Cu această valoare a $\alpha = 45^\circ$ și pentru $\psi = 0,70$, utilizând curbele din figura 4 rezultă $f = 0,6$.

Valoarea rezultată este mai mare decât valorile prezentate în literatură. Astfel, în literatură sunt date pentru coeficientul de frecare dintre încărcătura de bile și blindaj (oțel/oțel) valorile: $f = 0,33$, pentru suprafețe curate și uscate; $f = 0,41$, în cazul prezenței între suprafețele de contact a pulberii de cuarț și $f = 0,43$, în cazul prezenței între suprafețele de contact a pulberii de emeri [8].

Curba de variație a unghiului α determinată utilizând relația (17), pentru $f = 0,6$ și pentru diferite valori ale mărimii ψ este prezentată în figura 6.

Evaluarea mărimii C^*

Utilizând relația (17) și curba $\alpha = f(\psi)$ prezentată în figura 4 s-au determinat curbele de variație ale mărimii C^* în funcție de parametrii ϕ și ψ prezentate în figura 7.

Majoritatea morilor produse de firma F. L. Smidth [7] funcționează cu $\psi = n/n_{cr} = 0,72 \dots 0,78$. Pentru blindaje netede, firma recomandă $\sin \alpha = 0,73$, ceea ce corespunde unei valori $\alpha = 46^\circ 53'$. Considerând în relația (9), $\sin \alpha = 0,73$, s-au obținut pentru C^* curbele de variație prezentate în figura 8.

Pentru comparație, se prezintă curbele de variație ale mărimii C^* (fig. 9), în funcție de ϕ , pentru diferite corpuri de măcinare, trasate utilizând valorile aferente relației lui Blanc, existente în literatură [16].

Valorile mărimii C^* (prezentate în literatură) utilizate în construcția diagramei din figura 9 au fost determinate pentru diferite tipuri de corpuri de măcinare în cazul în care blindajele tamburului sunt netede iar turația acestuia este $n = 32 / \sqrt{D}$ (deci $\Psi = n/n_{cr} = 0,756$). Dacă tamburul este prevăzut cu blindaje în trepte, valorile lui C^* (fig. 9) se multiplică cu 1,10, iar pentru alte turații decât cea corespunzătoare mărimii $\Psi = n/n_{cr} = 0,756$, valorile lui C^* se multiplică cu mărimea $\psi / 0,756$ [1].

Puterea motorului de acționare este dată de relația:

$$N_{mot} = N / \eta \text{ kW} \quad (18)$$

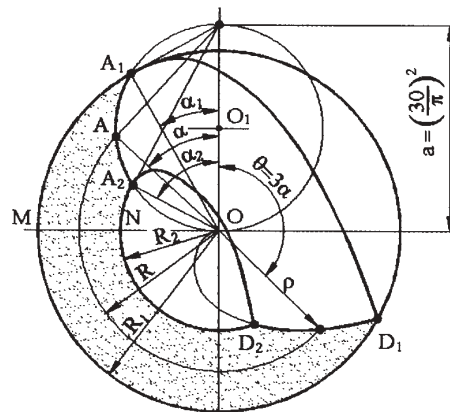


Fig. 10. Schema pentru stabilirea repartiției bilelor în secțiunea transversală a tamburului

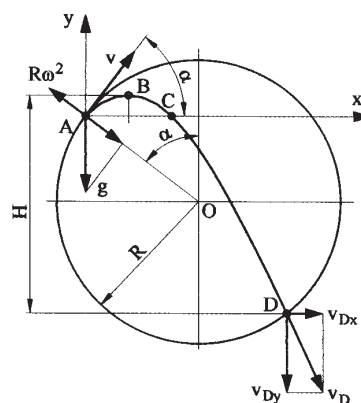


Fig. 11. Schema pentru determinarea vitezei de cădere a bilelor

unde η este randamentul transmiterii mișcării care ține seama de pierderile prin frecare din lagărele morii și din lanțul cinematic al sistemului de acționare.

Relația (9) poate fi utilizată și pentru evaluarea în mod indirect a coeficientului de aderență (aderență) dintre încărcătură și blindajul tamburului [1].

Să considerăm un caz concret. O moară cu tamburul prevăzut cu blindaje netede se rotește cu o turație caracterizată prin $\psi = 0,7$. Tamburul este umplut parțial cu bile de oțel cu $\Phi > 60$ mm, gradul de umplere fiind $\phi = 0,30$.

Din figura 9 rezultă pentru $\phi = 0,30$ și bile cu $\Phi > 60$ mm valoarea $C^* = 7,1$. Această valoare este valabilă pentru turația tamburului caracterizată prin $\psi = 0,756$. Deoarece în cazul concret de față $\psi = 0,7$, rezultă că valoarea $C^* = 7,1$ se va reduce în raport cu mărimea $0,756 / 0,7 = 1,08$ și va avea valoarea $C^* = 7,1 / 1,08 = 6,575$. De asemenea, pentru $\phi = 0,30$ din tabelul 1 rezultă $\sin^3 \delta = 0,850$. Înlocuind aceste valori în relația 9 rezultă:

$$6,754 = \frac{10\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{0,7}{0,3} \cdot 0,850 \cdot \sin \alpha$$

de unde se obține: $\sin\alpha=0,703$, adică $\alpha \cong 0,45^\circ$

Cu valoarea $\alpha \cong 45^\circ$, pentru $\psi = 0,7$, din figura 6 rezultă $f=0,6$.

Cazul când moara funcționează în regim de cataractă

La funcționarea în regim de cataractă încărcătura se distribuie pe secțiunea tamburului conform figurii 10 [5,8].

Bila se desprinde de pe traiectoria circulară și cade după traiectoria parabolică (fig. 11) dacă

$$R\omega^2 = g \cos \alpha \quad (19)$$

Din relația (19) rezultă pentru turația tamburului expresia:

$$n = \frac{30\sqrt{2}}{\sqrt{D}} \sqrt{\cos \alpha} \quad (20)$$

unde s-a ținut seama că $\pi \approx \sqrt{g}$ ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$).

Pentru $\alpha = 0$ se obține turația critică (la care bilele nu se mai desprind de tambur ci se rotesc împreună cu acesta)

$$n_{cr} = \frac{30\sqrt{2}}{\sqrt{D}} \quad (21)$$

Pinând seama de relațiile (20) și (21) rezultă pentru turația relativă expresia:

$$\psi = n/n_{cr} = \sqrt{\cos \alpha} \quad (22)$$

Relația (19) poate fi pusă, de asemenea, sub forma

$$\cos \alpha = \frac{R}{g/\omega^2} = \frac{R}{a} \quad (23)$$

în care

$$a = g/\omega^2 = (30/n)^2 = R/\cos \alpha = R/\psi^2 \quad (24)$$

este diametrul cercului care reprezintă locul geometric al punctelor în care bilele trec de la traiectoria circulară la traiectoria parabolică.

Conform legii conservării energiei, energia totală a bilelor în timpul unui ciclu al acestora (parcursarea traiectoriei închise formată din traiectoria circulară și cea parabolică) este egală cu cea cinetică maximă a acestora (în punctul de cădere) [8].

Dacă considerăm un strat elementar de bile de grosime dR , plasat la raza R , atunci în timpul unui ciclu (o rotație a tamburului), va trece de la traiectoria circulară la cea parabolică o cantitate de bile:

$$dm = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot L \cdot \rho \cdot dR \quad (25)$$

unde:

L este lungimea tamburului;

ρ - densitatea în grămadă a bilelor.

Viteza bilei în punctul de cădere D (fig. 11) are componentele orizontală

$$v_{Dx} = v \cos \alpha \quad (26)$$

și verticală

$$v_{Dy} = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 3 \cdot \sin \alpha \cdot \sqrt{R \cdot g \cdot \cos \alpha} = 3 \cdot v \cdot \sin \alpha \quad (27)$$

unde (fig. 11) [1,5]

$$H = 4,5R \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \quad (28)$$

Pinând seama de relațiile (26), (27) și (28) și de faptul că $v = \sqrt{R \cdot g \cdot \cos \alpha}$ (19) rezultă viteza bilei în punctul de cădere D :

$$v_D = \sqrt{v_{Dx}^2 + v_{Dy}^2} = \sqrt{R \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot (9 - 8 \cos^2 \alpha)} \quad (29)$$

Energia cinetică maximă pentru bilele din stratul elementar este:

$$dE = \frac{dm \cdot v_D^2}{2} = \pi \cdot R^2 \cdot L \cdot \rho \cdot g \cdot (9 \cdot \cos \alpha - 8 \cdot \cos^3 \alpha) \cdot dR \quad (30)$$

Deoarece $\cos \alpha = R/a$, unde $a = (30/n)^2$, relația (30) devine:

$$dE = \frac{\pi \cdot L \cdot \rho \cdot g}{a} \cdot \left(9 \cdot R^3 - \frac{8 \cdot R^5}{a^2} \right) \cdot dR \quad (31)$$

Utilizând teorema lucrului mecanic și a energiei cinetice ($dL_m = dE$), lucrul mecanic dezvoltat de întreaga încărcătură de bile care cade în timpul unei rotații a tamburului este:

$$L_m = \int_{R_2}^{R_1} dE = \frac{\pi \cdot L \cdot \rho \cdot g}{4 \cdot a} \cdot \left[9 \cdot (R_1^4 - R_2^4) - \frac{16}{3 \cdot a^2} \cdot (R_1^6 - R_2^6) \right] \quad (32)$$

sau

$$L_m = \frac{\pi \cdot L \cdot \rho \cdot g}{4 \cdot a} \cdot \left[9 \cdot (1 - k^4) - \frac{16}{3 \cdot a^2} \cdot (1 - k^6) \right] \quad (33)$$

unde: $k = R_2/R_1$ (R_1, R_2 - raza exterioară, respectiv raza interioară a stratului de bile) (fig. 10)

Tabelul 3
VALORI ALE MĂRIMII k

φ	ψ				
	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
0,30	0,635	0,700	0,746	0,777	0,802
0,35	-	0,618	0,606	0,726	0,759
0,40	-	0,503	0,606	0,669	0,711
0,45	-	-	0,506	0,600	0,656
0,50	-	-	-	0,508	0,592

Tabelul 4
VALORI ALE MĂRIMII C^*

φ	ψ				
	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
0,30	6,388	6,629	6,623	6,399	5,798
0,35	-	6,471	6,546	6,375	5,841
0,40	-	6,265	6,440	6,306	5,866
0,45	-	-	6,278	6,228	5,871
0,50	-	-	-	6,129	5,840

Mărimea k depinde de gradul de umplere φ și de turația relativă ψ . Valori ale mărimii k sunt prezentate în tabelul 3 [8].

Introducând în expresia (33) $a = \frac{R_1}{\cos \alpha_1} = \frac{R_1}{\psi^2}$ (conform relației (24) $\pi \cdot R_1^2 \cdot L \cdot \rho \cdot g = \frac{G}{\varphi}$ (unde G este greutatea încărcăturii de bile, iar φ gradul de umplere al tamburului cu bile), aceasta devine:

$$L_m = \frac{1}{4} \cdot \frac{\psi^2}{\varphi} \cdot G \cdot R_1 \cdot \left[9 \cdot (1-k^4) - \frac{16}{3} \cdot \psi^4 \cdot (1-k^6) \right] \quad (34)$$

Puterea utilă necesară morii este:

$$N = \frac{L_m}{t} = L_m \cdot \frac{n}{60} \quad (35)$$

unde n este turația tamburului, *rot/min*.

Pinând seama de relația (34) și de faptul că turația tamburului poate fi exprimată în funcție de turația critică:

$$n = \psi \cdot n_{cr} = \psi \cdot 30\sqrt{2} / \sqrt{D}$$

iar $R_1 = D / 2$ (D - fiind diametrul interior al tamburului), relația (35) devine:

$$N = \frac{\sqrt{2}}{16} \cdot \frac{\psi^3}{\varphi} \cdot \left[9 \cdot (1-k^4) - \frac{16}{3} \cdot \psi^4 \cdot (1-k^6) \right] \cdot G \cdot \sqrt{D} \quad (36)$$

Expresia (36) poate fi pusă sub forma:

$$N = C \cdot G \cdot \sqrt{D} \quad (37)$$

unde $[N] = W$, $[G] = N$, $[D] = m$, iar C este definit de relația:

$$C = \frac{\sqrt{2}}{16} \cdot \frac{\psi^3}{\varphi} \cdot \left[9 \cdot (1-k^4) - \frac{16}{3} \cdot \psi^4 \cdot (1-k^6) \right] \quad (38)$$

În mod uzual însă, G se exprimă în *tone*, iar D în *metri*. În această situație, relația (37) devine:

$$N = C^* \cdot G \cdot \sqrt{D} \quad (39)$$

unde $[N] = kW$ și

$$C^* = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{8} \cdot \frac{\psi^3}{\varphi} \cdot \left[9 \cdot (1-k^4) - \frac{16}{3} \cdot \psi^4 \cdot (1-k^6) \right] \quad (40)$$

Relația (39) conduce la o valoare a puterii utile ceva mai mare decât în realitate deoarece prin căderea bilelor acestea contribuie cu o parte din energia lor la rotirea tamburului.

Utilizând valorile k din tabelul 3, corespunzătoare diferitelor valori ψ și φ , cu relația (40) s-au determinat, pentru domeniul de funcționare al morii cu căderea bilelor, valorile prezentate în tabelul 4 [1,5].

Folosind datele din tabelul 4, s-au trasat curbele de variație $C^* = f(\varphi, \psi)$ prezentate în figura 12.

Studiind curbele de variație ale mărimii C^* din figura 12 se observă că la creșterea turației tamburului, puterea crește treptat până atinge o valoare maximă (corespunzătoare unei anumite valori a gradului de umplere φ) după care scade pe măsură ce turația tamburului se apropie de cea critică. La o anumită valoare a turației, mai mare decât cea critică, când toată încărcătura este centrifugată (rotește solidar cu tamburul), puterea utilă necesară morii devine nulă.

Puterea motorului electric se determină cu relația:

$$N_{mot} = N / \eta \quad (41)$$

unde $[N_{mot}] = kW$, iar $\eta = 0,95$ este randamentul transmiterii mișcării (aproximativ 5% din valoarea puterii se pierde îndeosebi prin frecări în lagărele morii și în lanțul cinematic de transmitere a mișcării de la motorul electric la moară).

Exemplu de calcul

Se consideră o moară cu două camere (1 și 2) pentru măcinarea clincherului de ciment, $\Phi 4,5 \cdot 14 m$. Moara se caracterizează prin:

- diametru interior (util): $D = 4,38 m$;
- lungimea utilă a tamburului: $L = 13,5 m$ ($L_1 = 5,0 m$, $L_2 = 8,0 m$);

$$\text{- turația tamburului: } n = \frac{32}{\sqrt{D}} = \frac{32}{\sqrt{4,38}} = 15,29 \text{ rot/min};$$

$$\text{- turația critică: } n_{cr} = \frac{30\sqrt{2}}{\sqrt{D}} = \frac{30\sqrt{2}}{\sqrt{4,38}} = 20,27 \text{ rot/min};$$

$$\text{- turația relativă: } \psi = n / n_{cr} = 15,29 / 20,27 = 0,756;$$

$$\text{- gradul de umplere } \varphi_1 = \varphi_2 = 0,30;$$

- corpuri de măcinare utilizate:

- în camera 1: - amestec de bile cu densitatea în vrac $\rho_{11} = 4431 \text{ kg/m}^3$

- în camera 2: - amestec de cylpebs-uri cu densitatea în vrac $\rho_{12} = 5254 \text{ kg/m}^3$

- masa bilelor din camera 1:

$$G_1 = \varphi_1 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L_1 \cdot \rho_{11} = 0,30 \cdot \frac{\pi \cdot 4,38^2}{4} \cdot 5,0 \cdot 4431 = 100100 \text{ kg} = 100,1 t;$$

- masa bilelor din camera 2:

$$G_2 = \varphi_2 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L_2 \cdot \rho_{12} = 0,30 \cdot \frac{\pi \cdot 4,38^2}{4} \cdot 8,0 \cdot 5254 = 189900 \text{ kg} = 189,9 t;$$

Funcționare în regim de cascadă

- mărimea C^* are valorile: $C_1^* = 7,1$, $C_2^* = 6,6$;

$$N_1 = C_1^* \cdot G_1 \cdot \sqrt{D} = 7,1 \cdot 100,1 \cdot \sqrt{4,38} = 1487,00 \text{ kW};$$

$$N_2 = C_2^* \cdot G_2 \cdot \sqrt{D} = 6,6 \cdot 189,9 \cdot \sqrt{4,38} = 2623,00 \text{ kW};$$

$$N = N_1 + N_2 = 1487 + 2623 = 4110 \text{ kW};$$

- puterea motorului electric (considerând randamentul transmisiei $\eta = 0,95$):

Funcționare în regim de cataractă

- mărimea C^* are valorile: $C_1^* = C_2^* = 6,63$;

$$N_1 = C_1^* \cdot G_1 \cdot \sqrt{D} = 6,63 \cdot 100,1 \cdot \sqrt{4,38} = 1388,30 \text{ kW};$$

$$N_2 = C_2^* \cdot G_2 \cdot \sqrt{D} = 6,63 \cdot 189,9 \cdot \sqrt{4,38} = 2633,77 \text{ kW};$$

$$N = N_1 + N_2 = 1381,30 + 2633,77 = 4015 \text{ kW};$$

- puterea motorului electric (considerând randamentul transmisiei $\eta = 0,95$):

$$N_{mot} = \frac{N}{\eta} = \frac{4110}{0,95} = 4326 \text{ kW}.$$

Valoarea obținută este foarte apropiată de cea a unei mori F.L. Smidth, de dimensiuni comparabile $\Phi 4,6 \cdot 14 m$, care are o putere a motorului de acționare de 6300 CP (4630 kW).

Concluzii

Exemplul de calcul prezentat arată că puterea utilă necesară acționării tamburului morii pentru regimul de funcționare în cascadă este cu ceva mai mare decât pentru regimul de funcționare cu căderea bilelor. Deoarece regimul de funcționare cu căderea bilelor se obține după ce se trece prin regimul de funcționare în cascadă este necesar ca puterea necesară acționării să se determine pentru acest ultim regim de funcționare.

Firme cum sunt F. L. Smidth-Danemarca [7] și Nordberg-USA [9] determină puterea utilă în cazul funcționării morii în regim de cădere a bilelor (cataractă) folosind aceeași schemă de calcul ca și în cazul regimului de funcționare în cascadă. Aceasta demonstrează că schema de calcul utilizată în cazul regimului de funcționare în cascadă permite obținerea unor rezultate cu totul satisfăcătoare indiferent de regimul de funcționare al morii.

Bibliografie

1. ENE, GH., Echipamente pentru mărșirea materialelor solide, Bazele proiectării, Editura Impuls, București, 2003
2. ENE, GH., Considerații privind încărcătura de măcinare a morilor cu tambur rotativ, în Materialele de construcții, **XXVI**, Nr. 3, 2001, p 227
3. ENE, GH., Asupra determinării puterii necesare acționării morilor tubulare cu bile, în Materiale de construcții, vol XXVI, Nr. 1, 1996, p 64
4. ENE, GH., Posibilități de evaluare a coeficientului de frecare dintre încărcătura de bile și blindaj, la morile tubulare cu bile, în Materiale de construcții, **XXVI**, Nr. 2, 1996, p 146
5. ENE, GH., Unele aspecte privind mecanica morilor cu bile și puterea necesară acționării. Revista Construcții, 1995, p 30

6. ENE, GH., Unele aspecte privind determinarea încărcăturii de măcinare și a puterii necesare antrenării morilor tubulare, Revista Construcții, 1995, p. 14
7. *** Prospect firma F. L. Smidth - Danemarca, Raw grinding plants
8. ANDREEV, S. E., ZVEREVICI, V. V., PEROV, A. V., Droblenie, izmelcenie i grohocenie poleznieh iskopaemih, Gosgortehizdat, Moskva, 1969
9. *** Prospect firma Nordberg - USA.
10. BERENOV, A.I., Droblinoe oborudovania obogatitelnieh i drobilnieh fabric, Metallurghizdat, Sverdorsk, 1958
11. BOGANOV, A.I., Mehaniceskoe oborudovanie cementnăhzavodov, Mașinostroenie, Moskva, 1961
12. ILIEVICI, A.P., Mașini și oborudovanie dlia zavodov po proizvodstvu kevamiki i ogrouporov Vissaia Skola, Moskva, 1979
13. PEICU, R., Mașini din industria materialelor de construcții, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1966
14. RENERT, M., Calculul și construcția utilajului chimic, **II**, Editura didactică și pedagogică, București, 1971
15. IORDACHE, GH., ENE, GH., RASIDESCU, M., Utilaje pentru industria materialelor de construcții, Editura Tehnică, București, 1987
16. JINESCU, V.V., Utilaje pentru industrii de proces, vol. IV, Editura Tehnică, București, 1989
17. MAGYARI, A., TOCACI, L., Buletinul Institutului Politehnic București, Seria Chimie - metalurgie, Tomul XLIII, nr. 2, 1981, p. 103
18. MAGYARI, A., Utilaje de preparare a substanțelor minerale utile, Editura Tehnică, București, 1983
19. WEGLARCZYK, J., Zum Energieverbrauch von Trommelmühlen, Aufbereitung-Technik, nr. 10, 1988, p. 603

Întrată în redacție: 14.02.2007